

COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi la seguente disequazione:

$$\left| \frac{4}{x+2} + \frac{3x}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right| \geq 3.$$

Esercizio A.2 Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali:

$$3x + 5 > \sqrt{9x^2 - 6x - 8}, \quad \sqrt[3]{2x - 1} < 1.$$

Esercizio A.3 Scrivi l'equazione della circonferenza di raggio $\sqrt{20}$ che passa per i punti $M(-3; 3)$ e $N(3; -3)$.

Esercizio A.4 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale determina l'equazione di una parabola avente l'asse di simmetria parallelo all'asse y , sapendo che tale parabola passa per il punto $A(-1, 5/2)$, che il vertice della parabola appartiene alla retta $y = -x + 2$ e che l'ordinata del fuoco supera di $1/2$ quella del vertice.

Esercizio A.5 Scrivi l'equazione di una iperbole avente i fuochi sull'asse x e centro nell'origine, sapendo che la distanza tra i fuochi vale 20 e che i suoi asintoti hanno equazioni $y = \pm 4x/3$.

Esercizio A.6 Semplifica la seguente espressione goniometrica:

$$\frac{\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \sin (\pi + \alpha)}{\cos (2\pi - \alpha)}$$

Esercizio A.7 (Speciale) Considera un'ellisse generica con centro nell'origine e fuochi sull'asse x . Indica con e l'eccentricità dell'ellisse, con F il suo fuoco destro e con d la retta di equazione $x = a^2/c$ (detta *direttrice destra* dell'ellisse).

Considera un punto P qualunque dell'ellisse (per questa dimostrazione puoi limitarti al primo e secondo quadrante) e indica con δ la distanza tra P e la retta d . Dimostra che vale la relazione

$$\overline{PF} = e \delta.$$

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi la seguente disequazione:

$$\left| \frac{x}{x+1} + \frac{31}{x^2-1} - \frac{9}{x-1} \right| \geq 2.$$

Esercizio B.2 Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali:

$$\sqrt{9x^2 - 24x + 7} < 3x + 2, \quad \sqrt[3]{x^2 + 4} > 2.$$

Esercizio B.3 Scrivi l'equazione della circonferenza di raggio $\sqrt{13}$ che passa per i punti $A(2; 3)$ e $B(-3; -2)$.

Esercizio B.4 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale determina l'equazione di una parabola avente l'asse di simmetria parallelo all'asse y , sapendo che tale parabola passa per il punto $P(1, 3/4)$, che l'ordinata del vertice supera di 1 quella del fuoco e che il vertice della parabola appartiene alla retta $y = x/2$.

Esercizio B.5 Scrivi l'equazione di un'ellisse avente i fuochi sull'asse x e centro nell'origine, sapendo che la distanza tra i fuochi vale 24, e che la sua eccentricità è $12/13$.

Esercizio B.6 Semplifica la seguente espressione goniometrica:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{5}{4}\pi\right) \cos(2\pi - \alpha) - \cos\frac{\pi}{3} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{sen}(\pi - \alpha)}$$

Esercizio B.7 (Speciale) Considera un'iperbole generica con centro nell'origine e fuochi sull'asse x . Indica con e l'eccentricità dell'iperbole, con F il suo fuoco destro e con d la retta di equazione $x = a^2/c$ (detta *direttrice destra* dell'iperbole).

Considera un punto P qualunque dell'iperbole (per questa dimostrazione puoi limitarti al primo e secondo quadrante) e indica con δ la distanza tra P e la retta d . Dimostra che vale la relazione

$$\overline{PF} = e \delta.$$

Buon Lavoro!