COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$x - 2 < \sqrt{x^2 + 3x - 10}, \quad |2x + 3| > |x - 2| .$$

Esercizio A.2 Trova l'equazione della parabola che passa per $A(-2; 5)$ ed è tangente in $B(1; -1)$ alla retta $y = 4x - 5$.

Trova poi un punto C della parabola che dista $\sqrt{5}$ dal punto $D(1; -5)$.

Esercizio A.3 Dato il fascio di circonferenze di equazione

$$(1 + k)x^2 + (1 + k)y^2 + (k - 5)x - (2k + 5)y = 0$$

determina:

- le circonferenze generatrici del fascio;
- i punti base;
- il suo asse radicale;
- la circonferenza del fascio tangente all'asse x ;
- le circonferenze del fascio che hanno il raggio di misura $5/2$.

Esercizio A.4 Trova l'equazione di un'ellisse che ha due vertici nei punti $A(0; 2)$ e $B(2; 2)$ e i fuochi nei punti $F_1(1; 2 - \sqrt{3})$ e $F_2(1; 2 + \sqrt{3})$

Esercizio A.5 L'angolo β appartiene al terzo quadrante e vale $\cos \beta = -3/5$. Calcola il valore di

$$\text{sen} \left(\beta - \frac{\pi}{6} \right) .$$

Esercizio A.6 (Facoltativo) Scrivi le equazioni generali di due ellissi diverse ma aventi la stessa eccentricità. Dimostra che la combinazione lineare di queste è in generale ancora una curva dello stesso genere (quando esiste).

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$x + 4 > \sqrt{x^2 - 4}, \quad |2x - 1| < |x - 1| .$$

Esercizio B.2 Trova l'equazione della parabola che passa per $(1; 3)$ ed è tangente in $M(-3; -5)$ alla retta $y = 6x + 13$.

Trova poi i punti della parabola che distano $2\sqrt{2}$ dalla retta $y = x + 8$.

Esercizio B.3 Dato il fascio di circonferenze di equazione

$$(1 + k)x^2 + (1 + k)y^2 + 2(1 - 2k)x - 2(k + 7)y = 0$$

determina:

- le circonferenze generatrici del fascio;
- i punti base;
- il suo asse radicale;
- la circonferenza del fascio tangente all'asse y ;
- le circonferenze del fascio che hanno il raggio di misura 5.

Esercizio B.4 Trova l'equazione di un'ellisse, con i fuochi su una retta parallela all'asse x , che ha l'eccentricità uguale a $4/5$ e due vertici nei punti $L(-2; -3)$ $M(8; -3)$.

Esercizio B.5 L'angolo α appartiene al secondo quadrante e vale $\sin \alpha = 3/5$. Calcola il valore di

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) .$$

Esercizio B.6 (Facoltativo) Scrivi le equazioni generali di due funzioni omografiche diverse ma aventi gli stessi asintoti. Dimostra che la combinazione lineare di queste è in generale ancora una curva dello stesso genere.

Buon Lavoro!