COMPITO A

Esercizio A.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\sqrt{x^2 + 4x} < x + 1, \quad |3x - 4| > x + 4.$$

Esercizio A.2 Scrivi le equazioni delle parabole $\mathcal{P}_1$ e $\mathcal{P}_2$, sapendo che $\mathcal{P}_1$ ha il vertice nel punto $V_1(2, 8)$ e passa per $P(-1, -1)$, e che $\mathcal{P}_2$ passa per il punto $Q(0, -1)$ ed è tangente in $R(2, 5)$ alla retta di equazione $y = 5x - 5$.

Calcola le coordinate dei due punti A e B in cui le parabole si intersecano (con $x_A < x_B$), e disegna il grafico di $\mathcal{P}_1$ e $\mathcal{P}_2$.

Data la retta r di equazione $x = k$, $x_A < k < x_B$, e indicato con I_1 il punto di intersezione tra r e $\mathcal{P}_1$, e con I_2 il punto di intersezione tra r e $\mathcal{P}_2$, determina k in modo che la distanza tra I_1 e I_2 valga 3.

Esercizio A.3 Determina l'equazione di un'ellisse, con i fuochi sull'asse delle x e il centro nell'origine, sapendo che essa passa per il punto $A(2\sqrt{3}, -2)$ e che ha la distanza focale uguale a $\sqrt{2}$ volte l'asse minore.

Scrivi inoltre l'equazione di un'altra ellisse, con i fuochi sull'asse y e il centro nell'origine, che ha la stessa eccentricità della prima ellisse trovata e semiasse maggiore di lunghezza pari a $2\sqrt{3}$.

Esercizio A.4 Risolvi la seguente espressione:

$$\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \cos \frac{2}{3}\pi + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + 2 \sin \frac{7}{6}\pi}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \cos 2\pi + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}.$$

Esercizio A.5 (Facoltativo) Il punto $P(x_0; y_0)$ appartiene all'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Verifica che la retta

$$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$$

è tangente all'ellisse nel punto P .

Buon Lavoro!

COMPITO B

Esercizio B.1 Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 8} > x - 2, \quad |2x + 5| < x + 6.$$

Esercizio B.2 Scrivi le equazioni delle parabole $\mathcal{P}_1$ e $\mathcal{P}_2$, sapendo che la prima ha il vertice nel punto $V_1(1, -2)$ e passa per $P(-3, 14)$, e che la seconda ha l'asse y come asse di simmetria, ed è tangente nel punto $Q(1, 5)$ alla retta di equazione $y = -2x + 7$.

Determina poi l'equazione della retta r , parallela all'asse delle x , su cui le parabole staccano corde uguali.

Esercizio B.3 Determina l'equazione di un'ellisse, con i fuochi sull'asse delle x e il centro nell'origine, sapendo che essa passa per il punto $P(-2\sqrt{2}, 2)$ e che ha l'asse maggiore uguale alla distanza focale moltiplicata per $\sqrt{2}$.

Scrivi anche l'equazione di un'altra ellisse, con i fuochi sull'asse y e il centro nell'origine, che ha la stessa eccentricità della prima ellisse trovata e semiasse maggiore di lunghezza pari a 8.

Esercizio B.4 Risolvi la seguente espressione:

$$\frac{3 \left(\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \right) + 2 \cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{3}}.$$

Esercizio B.5 (Facoltativo) Il punto $P(x_0; y_0)$ appartiene all'iperbole di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Verifica che la retta

$$\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$

è tangente all'iperbole nel punto P .

Buon Lavoro!